Corrigé type de l'examen [illegible] du module phénomène de transport dans les semi-conducteurs

Questions de cours

1. L'équation de Boltzmann

$$\frac{df}{dt} = -\vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f - \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k f + \left.\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll}$$ 0,5

2. L'approximation de Boltzmann (le temp de relaxation) .

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{coll} = -\frac{f - f^0}{\tau} = -\frac{f_1}{\tau}$$ 0,5

En régime permanent, $\frac{df}{dt} = 0$, l'équation de Boltzmann s'écrit :

$$\vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k f + \frac{f_1}{\tau} = 0$$ 0,5

On peut utiliser cette approximation dans l'hypothèse de faibles perturbations, c'est-à-dire que la vitesse de retour à l'équilibre est proportionnelle à l'écart $f - f^0$, avec pour facteur de proportionnalité $1/\tau$, où τ est un temps de relaxation dépendant *a priori* de l'énergie

3. L'équation de Boltzmann linéarisée.

En présence d'une perturbation, f s'écarte de la fonction à l'équilibre thermique f^0 d'une quantité f_1:

$$f = f^0 + f_1 \qquad \cdots (1)$$ 0,5

$$\vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r (f^0 + f_1) + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k (f^0 + f_1) + \frac{f_1}{\tau} = 0$$

$$\vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f^0 + \vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f_1 + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k f^0 + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k f_1 + \frac{f_1}{\tau} = 0$$

$$\vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f^0 + \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k f^0 = -\vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f_1 - \frac{1}{\hbar}\vec{F} \cdot \vec{\nabla}_k f_1 - \frac{f_1}{\tau} \qquad \cdots (2)$$ 1

La fonction f^0 correspond à la statistique de Fermi-Dirac :

$$f_k^0 = \frac{1}{exp\left[\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}\right] + 1}$$

$$\vec{\nabla}_r f^0 = \frac{-\left[exp\left[\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}\right]\right]}{\left[exp\left(\frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T}\right) + 1\right]^2} \vec{\nabla}_r \left(\frac{\varepsilon_k - \mu(r)}{k_B T(r)}\right)$$

$$= k_B T \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\left[-\frac{\vec{\nabla}_r \mu(r)}{k_B T} - \frac{\varepsilon_k - \mu}{k_B T^2}\vec{\nabla}_r T\right]$$

$$\vec{\nabla}_r f^0 = \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\left[-\vec{\nabla}_r \mu - \frac{\varepsilon_k - \mu}{T}\vec{\nabla}_r T\right] \qquad \cdots (3)$$ 1

$$\vec{\nabla}_k f^0 = \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\vec{\nabla}_k \varepsilon_k$$

$$\vec{\nabla}_r f^0 = \hbar \vec{v}_k \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k} \qquad \cdots (4)$$ 1

En substituant les équations (3) et (4) dans l'équation (2), on obtient :

$$\vec{v}_k \cdot \left[\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\left[-\vec{\nabla}_r \mu - \frac{\varepsilon_k - \mu}{T}\vec{\nabla}_r T\right]\right] + \frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\left[\hbar \vec{v}_k \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\right] = -\frac{1}{\hbar}\vec{F}\cdot\vec{\nabla}_k f_1 - \vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f_1 - \frac{f_1}{\tau} \qquad \cdots (5)$$ 1

Où $\vec{F}$ est la force de Laplace :

$$\vec{F} = -q\left(\vec{E}_a + \vec{v}_k \wedge \vec{B}\right) \qquad \cdots (6)$$ 1

Où q est la charge en valeur absolue et$\vec{E}_a, \vec{B}$ sont le champ électrique et le champ magnétique respectivement appliqués. En substituant (6) dans (5) on obtient :

$$\vec{v}_k \cdot \left[\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\left[-\vec{\nabla}_r \mu - \frac{\varepsilon_k - \mu}{T}\vec{\nabla}_r T\right]\right] - \frac{1}{\hbar}q\left(\vec{E}_a + \vec{v}_k \wedge \vec{B}\right)\cdot\left[\hbar \vec{v}_k \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\right]$$
$$= \frac{1}{\hbar}q\left(\vec{E}_a + \vec{v}_k \wedge \vec{B}\right)\cdot\vec{\nabla}_k f_1 - \vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f_1 - \frac{f_1}{\tau} \qquad \cdots (7)$$ 1

En tenant compte que :

$$\left(\vec{v}_k \wedge \vec{B}\right)\cdot \vec{v}_k = 0$$

L'équation (7) devient :

$$\vec{v}_k \cdot \left[\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\left[-\vec{\nabla}_r \mu - \frac{\varepsilon_k - \mu}{T}\vec{\nabla}_r T\right]\right] - q\vec{E}_a \cdot \vec{v}_k \frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k} = \frac{1}{\hbar}q\left(\vec{E}_a + \vec{v}_k \wedge \vec{B}\right)\cdot\vec{\nabla}_k f_1 - \vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f_1 - \frac{f_1}{\tau} \cdots (8)$$ 1

En ne retenant les termes qu'au premier ordre dans le champ électrique (c'est-à-dire en ignorant les termes impliquant les produits $\vec{E}_a \cdot \vec{\nabla}_k f_1$.), nous obtenons, à partir de l'Eq (8) l'équation de Boltzmann linéarisée:

$$-\frac{\partial f^0}{\partial \varepsilon_k}\vec{v}_k \cdot \left[\left[q\vec{E}_a + \vec{\nabla}_r \mu + \frac{\varepsilon_k - \mu}{T}\vec{\nabla}_r T\right]\right] = \frac{1}{\hbar}q\left(\vec{v}_k \wedge \vec{B}\right)\cdot\vec{\nabla}_k f_1 - \vec{v}_k \cdot \vec{\nabla}_r f_1 - \frac{f_1}{\tau} \cdots (9)$$ 1

Exercice :

1. La conductivité d'un matériau est donnée par : $\sigma = \frac{1}{\rho} = en\mu_n + ep\mu_p$

Si le matériau est intrinsèque alors : $n = p = n_i$: $\sigma_i = \frac{1}{\rho_i} = en_i(\mu_n + \mu_p)$

Donc : $n_i = \frac{1}{\rho_i e(\mu_n + \mu_p)} \approx 10^{10} cm^{-3}$ 1

2. L'antimoine, atome de la colonne V, dans le Si est un donneur :

   a. $N_d = \frac{5\times10^{22}}{5\times10^{5}} = 10^{17} cm^{-3}$ 0,8

Le Si ainsi dopé est de type n on a donc : $n = N_d = 10^{17} cm^{-3}$, $p = n_i^2/N_d = 10^3 cm^{-3}$ 1

b. $\sigma = \frac{1}{\rho} = en\mu_n + ep\mu_p$ 0,5

On tient compte de $n \gg p$, on peut négliger $ep\mu_p$ devant $en\mu_n$ alors :

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{en\mu_n} = 5.2 \times 10^{-2}\Omega.cm$$ 1

3.

a. $j_p(x) = -eD_p \frac{\partial p}{\partial x}$ 0,5

b.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial}{\partial x}\left(j_p(x)\right) + g - r_p$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{e}\frac{\partial}{\partial x}\left(-eD_p\frac{\partial p}{\partial x}\right) + g - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$ 1

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + g - \frac{\Delta p}{\tau_p}$$

c. Dans la mesure où le rayonnement est peu pénétrant $g = 0$ dans le volume du semiconducteur. Si en outre l'éclairement est permanent, le régime est stationnaire et $\partial p/\partial t = 0$:

0,8

$$0 = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{D_p\tau_p}$$ 0,5

On a $p = p_0 + \Delta p$ et . en posant $L_p^2 = D_p\tau_p$.alors l'équation différentielle de Δp est :

$$\frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{L_p^2} = 0$$ 0,5

d. La solution de cette équation est :

$$\Delta p = Ae^{-x/L_p} + Be^{x/L_p}$$ 0,5

A et B sont des constantes déterminées par les conditions aux limites :

$$\Delta p(x \to \infty) = 0 \Rightarrow \mathrm{B} = 0$$ 0,5

$$\Delta p(x = 0) = \Delta p_1 \Rightarrow \mathrm{A} = \Delta p_1 = 10^7 cm^{-3}$$

$$\Delta p = 10^7 e^{-x/L_p}$$ 1

e. pour $x = 1\mu m$. $\tau_p = 10^{-9}(s) \Rightarrow \mathrm{L}_P = \sqrt{D_p\tau_p} = \sqrt{\frac{k_BT}{e}\mu_p\tau_p} = 8.66 \times 10^{-5}cm$ 0,5

$$\Delta p(x = 10^{-4}cm) = 10^7 e^{-10^{-4}/8.66\times10^{-5}} = 3.15 \times 10^6 cm^{-3}$$ 0,5